LYCÉE ANDRÉ MALRAUX
BÉTHUNE
Benoît BLASZCZYK

Année scolaire 2008-2009
Classe de Terminale S2
benoit.blaszczyk@ac-lille.fr

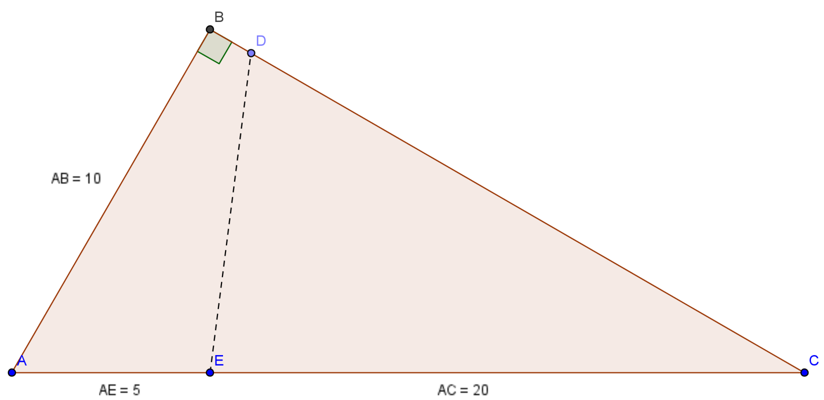
Exercices : **Continuité et dérivabilité de fonctions**

Résolution d'équations du type $f(x) = k$

EXERCICE

Dans cet exercice, l'unité est le mètre.

Daffy D. , canard malicieux, se promène sur les côtés $[AB]$ et $[BC]$ d'un triangle rectangle en B : représenté par le point D , il part de A pour rejoindre C via B . Elmer F. , chasseur malheureux, est embusqué au point E situé sur le côté $[AC]$. Elmer, lassé que Daffy ne lui échappe systématiquement, s'est doté d'une nouvelle arme : le fusil à mémoire. Ainsi, lors du premier tir, la distance le séparant de Daffy est enregistrée dans la mémoire du fusil et conditionne les tirs suivants : le fusil s'activera uniquement lorsque Daffy se trouve à la distance enregistrée lors du premier tir.



Elmer se pose alors la question suivante : « À quelle distance dois-je effectuer mon premier tir afin de pouvoir toucher un maximum de fois Daffy ? »

1. À l'aide du logiciel de géométrie dynamique *GeoGebra* , représenter la situation. On créera le polygone ABC afin que D puisse se déplacer librement sur $[AB]$ et $[BC]$. On affichera les distances AD et ED .
2. On pose $AD = x$. Dans quel intervalle varie x ? On notera I cet intervalle.
3. On considère la fonction l qui, à tout réel x de I , associe la distance ED .
   (a) i. Dans un repère orthonormal, afficher le point $L(x; l(x))$.
   ii. Afficher alors la trace du point L lorsque D décrit $[AB]$ et $[BC]$. On imprimera la figure et on la joindra à la copie. Par ailleurs, une copie de ce fichier sera envoyée par courriel à benoit.blaszczyk@ac-lille.fr .
   (b) À l'aide de cette trace, combien de fois Elmer peut-il toucher Daffy si le premier tir est effectué lorsque Daffy est

i. à 5 mètres de lui ?

ii. en B ?

iii. à 8 mètres de lui ?

4. (a) Dans cette question, on suppose que D décrit $[AB]$.

   i. Démontrer que $l(x) = \sqrt{x^2 - 5x + 25}$.

   ii. Étudier alors les variations de l .

   iii. Dresser le tableau de variations de l .

   (b) Dans cette question, on suppose que D décrit $[BC]$.

   i. Démontrer que $l(x) = \sqrt{x^2 - 5\sqrt{3(x^2-100)} - 25}$.

   ii. À l'aide du logiciel de calcul formel *wxMaxima* ,

   A. prouver que la dérivée l' est donnée par

$$l'(x) = \frac{x(4x^2 - 475)}{2(2\sqrt{x^2-100} + 5\sqrt{3})\sqrt{x^2-100}\sqrt{x^2 - 5\sqrt{3(x^2-100)} - 25}}.$$

   B. étudier alors les variations de l .

   C. dresser le tableau de variations de l .

   On imprimera les calculs et on les joindra à la copie. Par ailleurs, une copie de ce fichier sera envoyée par courriel à `benoit.blaszczyk@ac-lille.fr` .

5. Quelle solution les Mathématiques apportent-elles à Elmer ?