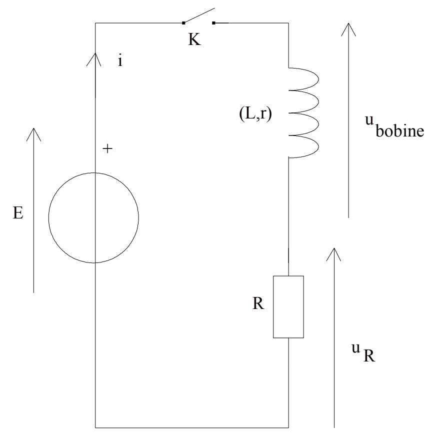
Apparition du courant dans un circuit inductif.

Il vous est demandé d'apporter la plus grande attention sur la qualité de la rédaction.

Un circuit comprend un générateur de force électromotrice E, une bobine d'inductance L et de résistance r, d'un conducteur ohmique de résistance R et un interrupteur K.
À tout instant $t \geq 0$, en secondes:
On note : *i (t)* l'intensité du courant dans le circuit;
$u_R(t)$ la tension aux bornes de la résistance.
$u_{bobine}(t)$ la tension aux bornes de la bobine.



A t = 0, on ferme K.

1. **<u>Expression de i *(t)* :</u>**
   a) Donner la relation liant $u_{bobine}(t)$, $i(t)$ et $\frac{di(t)}{dt}$ (ou $i'(t)$)
   b) Donner la relation liant $i(t)$ et $u_R(t)$
   c) Écrire la relation liant les différentes tensions aux bornes des composants du circuit.
   d) Montrer alors que cette relation peut s'écrire sous la forme d'une équation différentielle : $(R+r)\,i + L\,i' = E$.
   e) Résoudre cette équation différentielle.
   f) On suppose que l'intensité du courant est nulle à t = 0, c'est-à-dire que $i(0) = 0$.
      Exprimer $i(t)$ en fonction de t.

2. **<u>Interprétation de la constante de temps :</u>**

En faisant une analyse physique du phénomène :
   a) Que vaut i' lorsque $t \to +\infty$?
   b) Déterminer alors l'expression de l'intensité finale I_0 dans le circuit.

On note $\tau = \frac{L}{R+r}$.
   c) Montrer que τ est homogène à un temps.
   d) A quel pourcentage, arrondi à l'unité, de sa valeur maximale I_0 correspond l'intensité du courant après une durée égale à τ ? égale à 5τ ?
   e) Que peut-on en conclure ?

3. **<u>Étude de la fonction *i* :</u>**

Soit ($\mathcal{C}$) la courbe représentant *i* dans un repère orthogonal d'origine O
(unités graphiques: 1 cm pour 2,5 ms en abscisses et 1 cm pour 5 mA en ordonnées).
   a) Calculer la limite de *i* quand $t \to +\infty$. Quel résultat du **2.** permettait de prévoir ce résultat ?
   b) Dresser le tableau de variation de la fonction *i*.
   c) Vérifier que la droite (OT) où T est le point de coordonnées (τ ; I_0) est tangente à ($\mathcal{C}$) en O.

d) Tracer (OT), ($\mathcal{C}$) et son asymptote dans le cas où L = 1,2 H ; R = 100 Ω ; r = 20 Ω et E = 6 V pour $t \in [0; 5\tau]$.

4. Étude de la tension u_{bobine} :

Soit (Γ) la courbe représentant u_{bobine} dans un repère orthogonal.

a) Expliquer pourquoi $u_{bobine}(t) = \dfrac{RE}{r+R} e^{\frac{-t}{\tau}} + \dfrac{r}{r+R} E$

b) Dresser le tableau de variation de la fonction u_{bobine}.

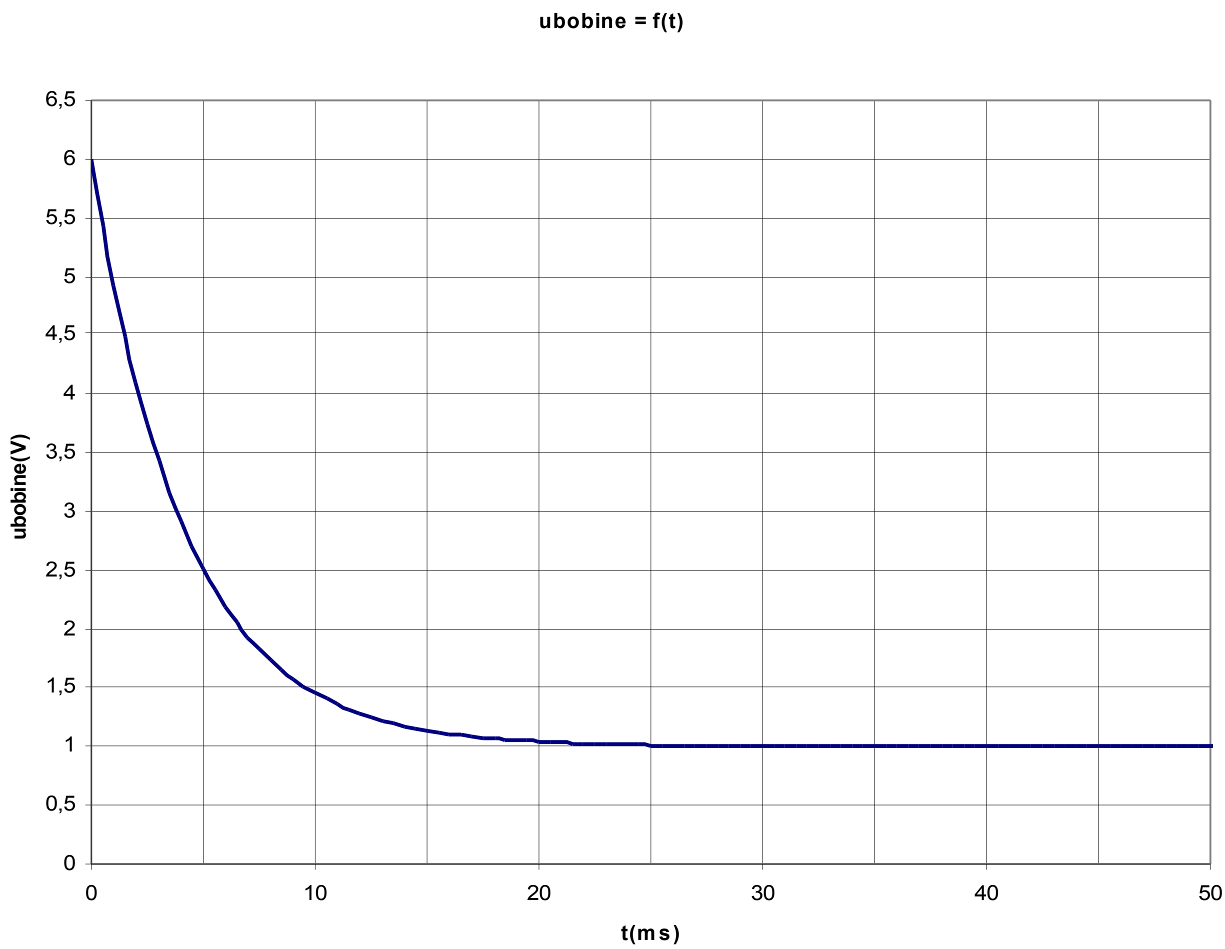
c) Vérifier que la droite (AT') où T' est le point de coordonnées (τ ; 1) et A le point de (Γ) d'abscisse 0, est tangente à (Γ) en A.

d) Tracer sur *__le graphe ci-dessous__* (AT') et (Γ) en reprenant les valeurs numériques du **3d)**.

5. Étude comparée de 2 courbes :

Soit (Γ_1) la courbe représentant la tension u_{bobine} dans un repère orthogonal pour R = 100 Ω ; r = 20 Ω ; E = 6 V et une valeur L_1 inconnue de l'inductance de la bobine.

La représentation de Γ_1 est donnée :



a) Dire en justifiant si L_1 est plus petit, plus grand ou égal à L.

b) Déterminer la valeur de L_1 en expliquant la méthode employée.