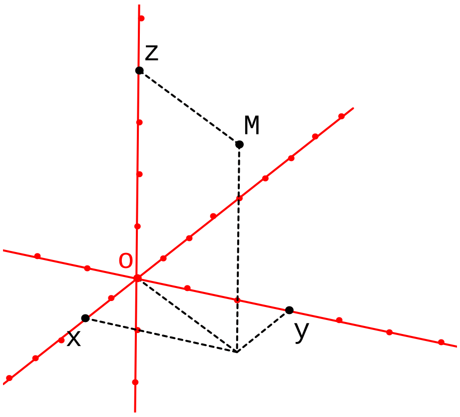
Une histoire de boites

Les boites de conserves cylindriques ont des dimensions bien particulières. En effet, à l'époque de leur invention, le métal était assez cher et les fabricants cherchaient à utiliser le moins de tôle possible et donc à avoir la surface de la boîte la plus petite possible pour un volume donné.

L'objet de cet exercice est de déterminer les dimensions de ces boites de conserves de contenance un litre…

Repérage dans l'espace



Dans l'espace rapporté à un repère, un point est repéré par ses coordonnées :
x son abscisse
y son ordonnées
z sa côte.
On note M(*x* ;*y* ;*z*)

1) Ouvrir un fichier geospace, faire apparaitre le repère et construire le cylindre de rayon 3 , de hauteur 5 et d'axe [OO'] avec O(0 ;0 ;0) et O'(0 ;0 ;5)..
2) En utilisant la boite de style  et l'icône , mettre les parties cachées en pointillés.

Partie A : Etude expérimentale

On considère un cylindre de volume constant égal à 1, de rayon et de hauteur variables.

1) Construire un tel cylindre sur geospace d'axe [OO']
2) Créer les affichages suivants :
   Af0 : rayon de la boite
   Af1 : hauteur de la boite
   Af2 : aire totale de la boite.
3) Récupérer lorsque les dimensions du cylindre varient les valeurs obtenues pour Af0 et Af2. Construire à l'aide d'un tableur le nuage de points de coordonnées (rayon, aire).
4) Conjecturer les dimensions de la boite cylindrique de volume 1 et d'aire minimale.

Michel Bachimont Lycée Branly Boulogne sur mer
Sandrine Costenoble Lycée Guy Mollet Arras

Partie B : Modélisation

L'unité est le dm.

On sait que le volume de la boite est constant et égal à un litre.

1) Exprimer la hauteur de la boite en fonction de son rayon.
2) Exprimer l'aire totale de la boite en fonction de son rayon.
3) Définir la fonction qui à la valeur du rayon associe l'aire de la boite.
4) Représenter sur l'écran de la calculatrice cette fonction pour les valeurs du rayon comprises entre 0 et 2.
5) Conjecturer le tableau de variation de cette fonction.
6) Conjecturer une valeur approchée au mm près des dimensions de la boite de volume un litre et d'aire minimale.

Partie C : D'autres boites.

Cette boite parallélépipédique appartient à une série de boites de longueur constante et égale à 10.5cm, et de largeur ℓ et de hauteur h variables.

Son volume est égal à 546 cm^3.

Elle contient 375 g de pois.

Compléter le tableau ci-dessous qui donnent les valeurs de l'aire totale d'un parallélépipède rectangle de volume 546 cm^3 de longueur 10.5 cm et de hauteur variable.

S en cm²															
h en cm	5	5.5	6												
ℓ en cm															

A votre avis, la boite ci-dessus est-elle une « boite d'aire minimale » ?

Devoir à rendre pour le

Envoi par mail : à mon adresse un mail comportant en pièces jointes le fichier Geospace du cylindre et le fichier du nuage de points.

Sur copie : Les parties B et C ainsi que le patron du cylindre d'aire minimale à l'échelle 1/2.

Michel Bachimont Lycée Branly Boulogne sur mer
Sandrine Costenoble Lycée Guy Mollet Arras